# PRZYKŁADOWE ROZWIĄZANIA

## ZADANIA ZAMKNIĘTE

*Punkt przyznaje się za wskazanie poprawnej odpowiedzi.*

| Nr zad. | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Odp. | B | C | A | C | B | D | A | C | C | B | D | A |

| 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| D | C | C | B | D | C | A | B | B | A | A | D | C |

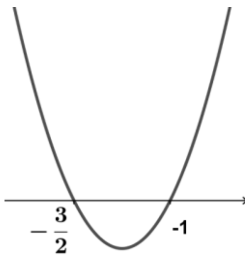
## ZADANIA OTWARTE

**Zadanie 26.**

$(2x + 3)^2 - (2x + 3) > 0$

$(2x + 3)(2x + 3 - 1) > 0$

$(2x + 3)(2x + 2) > 0$




$x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right) \cup (-1; +\infty).$

*Proponowana punktacja:*

1 pkt – wyznaczenie miejsc zerowych odpowiedniego trójmianu

2 pkt – pełne rozwiązanie

**Zadanie 27.**

$3^{2019} + 9^{1010} + 27^{673} + 81^{505} = 3^{2019} + (3^2)^{1010} + (3^3)^{673} + (3^4)^{505} =$

$= 3^{2019} + 3^{2020} + 3^{2019} + 3^{2020} = 3^{2019}(1 + 3 + 1 + 3) = 3^{2019} \cdot 8 = 12 \cdot 2 \cdot 3^{2018}$

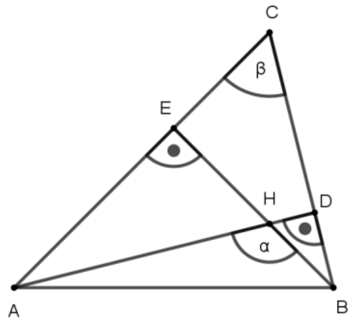
- liczba podzielna przez 12 c.n.d.

*Proponowana punktacja:*

1 pkt – zapisanie wszystkich liczb w postaci potęg o podstawie 3

2 pkt – pełny dowód

**Zadanie 28.**




Kąty AHB i EHD są wierzchołkowe, zatem $|\sphericalangle EHD| = \alpha$.
Suma miar kątów czworokąta CEHD:
$\alpha + 90^0 + \beta + 90^0 = 360^0$, stąd $\alpha + \beta = 180^0$.

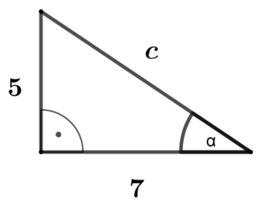
*Proponowana punktacja:*
1 pkt – narysowanie czworokąta CEHD i zapisanie, że $|\sphericalangle EHD| = \alpha$
2 pkt – pełny dowód

**Zadanie 29.**
Z treści zadania wynika, że p = 1, q = 8.
Postać kanoniczna funkcji $f$: $f(x) = a(x-1)^2 + 8$, gdzie $a \neq 0$.
$f(0) = a(0-1)^2 + 8 = 5$, stąd $a = -3$.
$f(x) = -3(x-1)^2 + 8 = -3(x^2 - 2x + 1) + 8 = -3x^2 + 6x + 5$

Postać ogólna: $f(x) = -3x^2 + 6x + 5$.

*Proponowana punktacja:*
1 pkt – zapisanie funkcji $f$ w postaci kanonicznej $f(x) = a(x-1)^2 + 8$, gdzie $a \neq 0$
2 pkt – pełne rozwiązanie

**Zadanie 30.**




$c^2 = 5^2 + 7^2$, $c = \sqrt{74}$

$\sin\alpha = \frac{5}{\sqrt{74}}$ $\cos\alpha = \frac{7}{\sqrt{74}}$

$\sin^2\alpha - \cos^2\alpha = \frac{25}{74} - \frac{49}{74} = -\frac{24}{74} = -\frac{12}{37}$.

*Proponowana punktacja:*
1 pkt – obliczenie długości przeciwprostokątnej i wyznaczenie wartości jednej funkcji trygonometrycznej (sinα albo cosα)
2 pkt –pełne rozwiązanie

**Zadanie 31.**
$|\Omega| = 6 \cdot 5 = 30$ A – iloczyn wylosowanych liczb jest liczbą nieparzystą.
A = {(9, 11), (9, 13), (11,9), (11, 13), (13,9), (13, 11)}, $|A| = 3 \cdot 2 = 6$
$P(A) = \frac{6}{30} = \frac{1}{5}$.

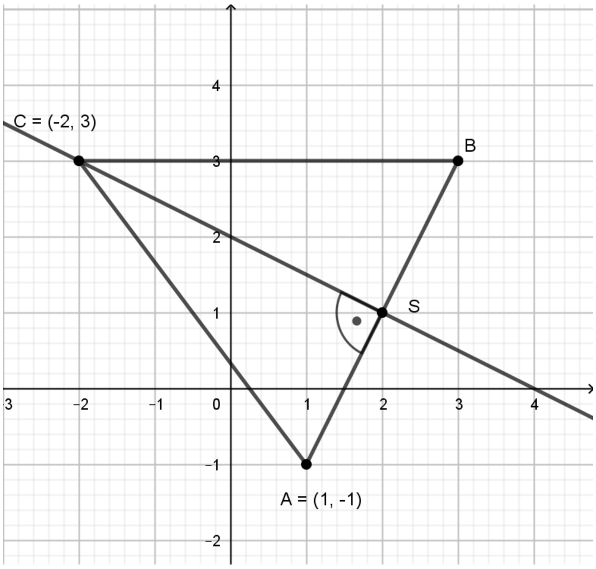
*Proponowana punktacja:*
1 pkt – wyznaczenie $|\Omega|$
2 pkt –pełne rozwiązanie

**Zadanie 32.**

$a_1 = S_1 = -2$, $a_1 + a_2 = S_2 = -2$, stąd $a_2 = 0$.
Zatem r = $a_2 - a_1 = 2$, $a_n = -2 + (n-1) \cdot 2 = 2n - 4$.
Obliczamy: $a_3 = 2$, $a_{14} = 24$.
(2, $x$, 24) – ciąg geometryczny, więc $x^2 = 2 \cdot 24 = 48$, stąd $x = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ lub $x = -4\sqrt{3}$.

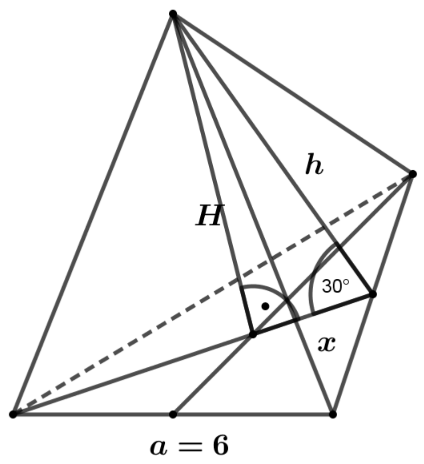
*Proponowana punktacja:*
1 pkt – wyznaczenie $a_1$ albo $a_3$ ($S_3 - S_2$) albo $a_{14}$ ($S_{14} - S_{13}$)
2 pkt – wyznaczenie $a_3$ i $a_{14}$
3 pkt – zapisanie warunku na ciąg geometryczny
4 pkt – pełne rozwiązanie

**Zadanie 33.**




Oś symetrii trójkąta ma równanie $y = -\frac{1}{2}x + 2$.
Prosta AB o równaniu $y = ax + b$ jest do niej prostopadła, zatem $-\frac{1}{2} \cdot a = -1$, stąd $a = 2$.
Punkt A leży na tej prostej, więc $-1 = 2 \cdot 1 + b$, $b = -3$.
Wyznaczmy teraz punkt wspólny osi symetrii i prostej AB (punkt S).
$\begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 2 \\ y = 2x - 3 \end{cases}$ stąd S = (2,1).
Niech B= $(x_B, y_B)$. Punkt S jest środkiem odcinka AB, więc $\frac{1+x_B}{2} = 2$ i $\frac{-1+y_B}{2} = 1$. Zatem $x_B = 3$ i $y_B = 3$; B = (3, 3).
Teraz obliczymy pole trójkąta ABC.
|AB| =$\sqrt{(3-1)^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{20}$, h = |CS| = $\sqrt{20}$, $P_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{20} \cdot \sqrt{20} = 10$.

*Proponowana punktacja:*
1 pkt – wyznaczenie współczynnika kierunkowego prostej AB
2 pkt – wyznaczenie równania prostej AB i zapisanie układu równań potrzebnego do znalezienia S
3 pkt – wyznaczenie współrzędnych punktu S
4 pkt – wyznaczenie współrzędnych punktu B
5 pkt – obliczenie pola trójkąta ABC




**Zadanie 34.**

Podstawa ostrosłupa jest trójkątem równobocznym, więc

$x = \frac{1}{3} \cdot \frac{6\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$.

$\frac{H}{x} = \mathrm{tg}30^0 = \frac{\sqrt{3}}{3}$, H = 1

$\frac{H}{h}$ = sin 30$^0$ = $\frac{1}{2}$, h = 2.

Objętość ostrosłupa: $V = \frac{1}{3} P_p H = \frac{1}{3} \cdot \frac{36\sqrt{3}}{4} \cdot 1 = 3\sqrt{3}$

Pole powierzchni bocznej: $P_b = 3 \cdot \frac{1}{2} ah = \frac{3}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 18.$

*Proponowana punktacja:*

1 pkt – rysunek z oznaczeniami i zaznaczonym kątem nachylenia ściany bocznej do płaszczyzny podstawy

2 pkt – wyznaczenie wysokości ostrosłupa (H) albo wysokości ściany bocznej (h)

3 pkt – wyznaczenie objętości albo pola powierzchni bocznej ostrosłupa

4 pkt – pełne rozwiązanie