

ZADANIA ZAMKNIĘTE

W zadaniach 1 – 25 wybierz jedną poprawną odpowiedź.

Zadanie 1. (0 – 1)

Kwadrat liczby $\frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ jest równy

- A. 16 B. $6 - 2\sqrt{5}$ C. 4 D. $6 - 10\sqrt{5}$

Zadanie 2. (0 – 1)

Cena kurtki po obniżce o 15% jest równa 425 zł. Przed obniżką ta kurtka kosztowała

- A. 488,75 zł B. 440 zł C. 500 zł D. 425,15 zł

Zadanie 3. (0 – 1)

Liczba $2\log_6 12 - \log_6 4$ jest równa

- A. 2 B. $\log_6 20$ C. $2\log_6 8$ D. 6

Zadanie 4. (0 – 1)

Liczba $|\sqrt{5} - 3| - |\sqrt{5} - 2|$ jest równa

- A. -1 B. -5 C. $5 - 2\sqrt{5}$ D. $1 - 2\sqrt{5}$

Zadanie 5. (0 – 1)

Równanie $\frac{x^2-9}{x^2-3x} = 0$

- A. nie ma rozwiązania.
B. ma dokładnie jedno rozwiązanie.
C. ma dokładnie dwa rozwiązania.
D. ma dokładnie trzy rozwiązania.

Zadanie 6. (0 – 1)

Funkcja liniowa $f(x) = -2kx + 2 + 4x$ jest malejąca dla każdej liczby

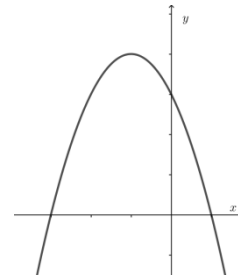
- A. $k < 0$ B. $k > 0$ C. $k < 2$ D. $k > 2$

Zadanie 7. (0 – 1)

Na rysunku obok przedstawiono fragment wykresu funkcji kwadratowej

$f(x) = -x^2 + bx + c$. Współczynniki b i c spełniają warunki

- A. $b < 0, c > 0$ B. $b < 0, c < 0$
C. $b > 0, c > 0$ D. $b > 0, c < 0$



Zadanie 8. (0 – 1)

Wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji $y = f(x)$ ma współrzędne (3, 3). Zatem wierzchołek paraboli, która jest wykresem funkcji $g(x) = f(x - 3)$ ma współrzędne

- A. (0, 3) B. (3, 0) C. (6, 3) D. (3, 6)

Zadanie 9. (0 – 1)

Funkcje $f(x) = \frac{x+m}{x^2+4}$ i $g(x) = 2x - 4$ mają to samo miejsce zerowe. Stąd wynika, że

- A. $m = -16$ B. $m = -4$ C. $m = -2$ D. $m = 2$

Zadanie 10. (0 – 1)

Dziedziną funkcji $f(x) = \sqrt{\frac{-2x+1}{2}} - 4$ jest przedział

- A. $(-\infty; -\frac{7}{2})$ B. $(-\infty; -\frac{7}{2})$ C. $(-\frac{7}{2}; +\infty)$ D. $(-\frac{7}{2}; +\infty)$

Zadanie 11. (0 – 1)

Do zbioru wartości funkcji $f(x) = 3^x + 3$ należy liczba

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Zadanie 12. (0 – 1)

Ile wyrazów dodatnich ma ciąg (a_n) określony wzorem ogólnym $a_n = -n^2 + 64$?

- A. 7 B. 8 C. 14 D. nieskończenie wiele

Zadanie 13. (0 – 1)

Trzy liczby $(-\frac{1}{3})^{-1}$, $\log_2 \frac{1}{2}$, $2x - 3$ w podanej kolejności są pierwszym, drugim i piątym wyrazem ciągu arytmetycznego. Wynika stąd, że

- A. $x = -5$ B. $x = -1$ C. $x = 2$ D. $x = 4$

Zadanie 14. (0 – 1)

Jeden bok trójkąta ma długość 3 cm, a drugi 6 cm. Długość trzeciego boku jest liczbą naturalną. Obwód tego trójkąta może być równy

- A. 11 cm B. 12 cm C. 14 cm D. 19 cm

Zadanie 15. (0 – 1)

W trójkącie ABC, w którym $|AC| = |BC|$ i $|\sphericalangle ACB| = 40^\circ$, z wierzchołka A poprowadzono dwusieczną, która przecięła bok BC w punkcie D. Kąt ADC ma miarę

- A. 70° B. 90° C. 105° D. 140°

Zadanie 16. (0 – 1)

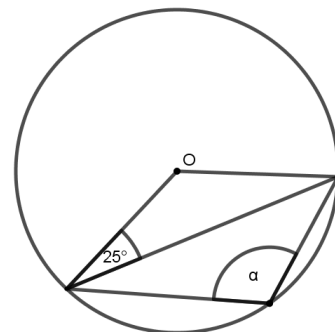
Wartość wyrażenia $\cos 120^\circ - \cos 60^\circ$ jest równa

- A. $-\sqrt{3}$ B. -1 C. 0 D. $\frac{1}{2}$

Zadanie 17. (0 – 1)

Punkt O jest środkiem okręgu na rysunku obok. Miara kąta α jest równa

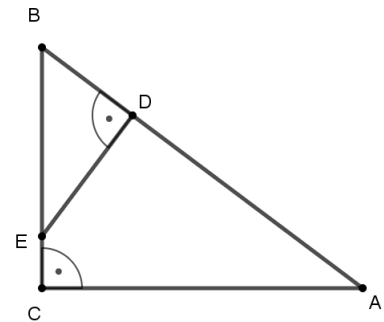
- A. 25° B. 50° C. 65° D. 115°



Zadanie 18. (0 – 1)

Na rysunku obok trójkąty ABC i EDB są prostokątne,
 $|AC| = 12$, $|BC| = 8$, $|BD| = 4$. Pole trójkąta EDB jest równe

- A. $\frac{16}{3}$ B. 24 C. 12 D. 16

**Zadanie 19. (0 – 1)**

Punkty $A = (2a + 1, 5)$ i $B = (-3, b + 5)$ są symetryczne względem osi OX. Suma $a + b$ jest równa

- A. -12 B. -9 C. -2 D. 1

Zadanie 20. (0 – 1)

Prosta l jest nachylona do osi OX pod kątem 135° i przecina oś OY w punkcie $(0, 1)$. Prosta l ma równanie

- A. $y = x + 1$ B. $y = -x + 1$ C. $y = x - 1$ D. $y = -x - 1$

Zadanie 21. (0 – 1)

Gnaniastosłup, który ma 36 krawędzi ma dokładnie

- A. 12 ścian B. 14 ścian C. 18 ścian D. 20 ścian

Zadanie 22. (0 – 1)

Przekątna sześcianu ma długość $3\sqrt{6}$. Objętość tego sześcianu jest równa

- A. $54\sqrt{2}$ B. 54 C. 81 D. $27\sqrt{3}$

Zadanie 23. (0 – 1)

Przekrój osiowy walca jest kwadratem o boku długości 4. Pole powierzchni bocznej tego walca jest równe:

- A. 16π B. 24π C. 32π D. 64π

Zadanie 24. (0 – 1)

W urnie znajdują się kule białe i czarne. Losujemy jedną kulę. Prawdopodobieństwo, że zostanie wylosowana kula czarna wynosi $\frac{4}{9}$. Stosunek kul białych do czarnych w tej urnie jest równy

- A. 4 : 9 B. 5 : 9 C. 4 : 5 D. 5 : 4

Zadanie 25. (0 – 1)

Średnia arytmetyczna zestawu danych: $x - 2$, $x + 1$, 2, $x + 3$, $x + 3$ jest równa 3. Mediana tego zestawu danych jest równa

- A. 2 B. 2,5 C. 3 D. 3,5

ZADANIA OTWARTE

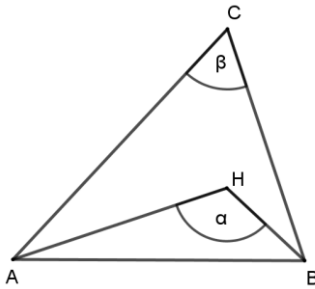
Zadanie 26. (0 – 2)

Rozwiąż nierówność $(2x + 3)^2 > 2x + 3$.

Zadanie 27. (0 – 2)

Wykaż, że liczba $3^{2019} + 9^{1010} + 27^{673} + 81^{505}$ jest podzielna przez 12.

Zadanie 28. (0 – 2)



Wysokości trójkąta ostrokątnego ABC przecinają się w punkcie H.

Niech $|\sphericalangle AHB| = \alpha$, $|\sphericalangle ACB| = \beta$ (zobacz rysunek obok).

Wykaż, że $\alpha + \beta = 180^\circ$.

Zadanie 29. (0 – 2)

Funkcja kwadratowa f przyjmuje wartość największą 8 dla $x = 1$. Do wykresu funkcji f należy punkt $A = (0, 5)$. Podaj wzór funkcji f w postaci ogólnej.

Zadanie 30. (0 – 2)

W trójkącie prostokątnym o przyprostokątnych długości 5 i 7 najmniejszy kąt ma miarę α . Oblicz wartość wyrażenia $\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$.

Zadanie 31. (0 – 2)

Ze zbioru $Z = \{8, 9, 10, 11, 12, 13\}$ losujemy kolejno dwa razy po jednej liczbie bez zwracania. Oblicz prawdopodobieństwo zdarzenia A – iloczyn wylosowanych liczb jest liczbą nieparzystą.

Zadanie 32. (0 – 4)

Suma n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego (a_n) wyraża się wzorem $S_n = n^2 - 3n$, gdzie $n \in \mathbb{N}_+$. Liczby a_3, x, a_{14} w podanej kolejności tworzą ciąg geometryczny. Wyznacz x .

Zadanie 33. (0 – 5)

Dany jest równoramienny trójkąt ABC, w którym $|AC| = |BC|$ oraz $A = (1, -1)$ i $C = (-2, 3)$. Oś symetrii tego trójkąta ma równanie $x + 2y - 4 = 0$. Oblicz współrzędne wierzchołka B oraz pole trójkąta ABC.

Zadanie 34. (0 – 4)

W ostrosłupie prawidłowym trójkątnym krawędź podstawy ma długość 6. Ściana boczna jest nachylona do płaszczyzny podstawy pod kątem 30° . Oblicz objętość i pole powierzchni bocznej tego ostrosłupa.